



Algoritmo para o cálculo do tensor gradiente gravimétrico resultante de um conjunto de prismas retangulares

*Martha Sanjuan¹ & Eder Molina¹, 1 – Departamento de Geofísica, IAG/USP.

Copyright 2008, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

Um algoritmo para o cálculo do tensor gradiente gravimétrico resultante de um conjunto arbitrário de prismas retangulares foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação C++.

Com este algoritmo é possível modelar os dados do tensor gradiente gravimétrico para diversas situações geológicas, através da representação da feição por meio de um conjunto de prismas retangulares. Os resultados obtidos através do algoritmo podem ser, então, comparados com dados adquiridos por instrumentos, auxiliando na sua validação e interpretação.

Introdução

O aumento no número de aplicações dos gradiômetros, como em sistemas de aerogradiometria, para localização de recursos minerais, e em satélites, para mapeamento do campo gravitacional da Terra, demonstra o crescente interesse nas informações fornecidas pelo tensor gradiente gravimétrico. Dessa maneira, um algoritmo capaz de prever os valores do tensor gradiente gravimétrico para feições geológicas pode ser útil para auxiliar a interpretação dos dados coletados pelos instrumentos.

O problema da representação do campo gravitacional gerado por um prisma retangular foi abordado por diversos autores (Nagy, 1966; Shuey e Pasquale, 1973; Cady, 1980). A anomalia gravimétrica resultante de um conjunto de prismas pode ser obtida pela soma das anomalias geradas por cada prisma do sistema, uma vez que o campo gravitacional é um campo potencial. Dessa forma, é possível representar qualquer feição geológica através de prismas retangulares de dimensões e densidades variadas, e, então, calcular a componente vertical da atração gravitacional de uma distribuição de massa em pontos arbitrariamente selecionados.

Utilizando um raciocínio análogo e determinando as derivadas das componentes da gravidade em relação a x , y e z , é possível, então, determinar todas as componentes do tensor gradiente gravimétrico.

Determinação do Tensor Gradiente Gravimétrico resultante de um conjunto de prismas

Nagy (1966) determinou a solução para o cálculo da componente vertical do campo gravitacional gerado por um prisma retangular. Uma expressão geral para o cálculo das três componentes desse campo foi apresentada por Montana et al. (1992). Essa expressão é dada pela equação (1):

$$g_e(0) = -G\rho \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \mathbf{e} \cdot \mathbf{n}_i \cdot (T_j(k_{i+5}) - T_j(k_{i+4}) - T_j(k_{i+1}) + T_j(k_i)) \quad (1)$$

onde G é a constante gravitacional universal, ρ é a densidade do prisma, \mathbf{e} é um vetor unitário em uma direção arbitrária, \mathbf{n}_i é um vetor unitário externo normal à superfície do prisma e k_m representa os vértices do prisma, com m variando de 1 a 8. Os termos $T_j(k_m)$ são dados pelas equações (2), (3) e (4), apresentadas abaixo:

$$T_1(k_m) = v \ln(x + R) \quad (2)$$

$$T_2(k_m) = x \ln(v + R) \quad (3)$$

$$T_3(k_m) = -w \tan^{-1} \left[\frac{x^2 + xR + w^2}{vw} \right] \quad (4)$$

onde

$$v = \cos \theta_\kappa \cdot y + \sin \theta_\kappa \cdot z$$

$$w = -\sin \theta_\kappa \cdot y + \cos \theta_\kappa \cdot z$$

θ_κ = ângulo formado entre o lado i do prisma e a superfície x - y

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

As componentes do tensor gradiente gravimétrico são obtidas derivando cada componente do campo gravitacional em relação à x , y e z . Para isso é preciso determinar as derivadas dos termos T_1 , T_2 e T_3 em relação às três direções. Os resultados dessas derivadas são apresentados pelas equações (5a-i), e foram desenvolvidas para o uso na implantação do algoritmo:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = -\frac{v}{R} \quad (5a)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial y} = -\left(\cos \theta_k \cdot \ln(x+R) + \frac{vy}{R(x+R)} \right) \quad (5b)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial z} = -\left(\sin \theta_k \cdot \ln(x+R) + \frac{vz}{R(x+R)} \right) \quad (5c)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} = -\left(\ln(v+R) + \frac{2}{R(v+R)} \right) \quad (5d)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial y} = -\left(\cos \theta_k + \frac{y}{R} \right) \left(\frac{x}{v+R} \right) \quad (5e)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial z} = -\left(\sin \theta_k + \frac{z}{R} \right) \left(\frac{x}{v+R} \right) \quad (5f)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial x} = vw^2 \left(\frac{2xR + x^2 + R^2}{Q^2 + v^2 w^2} \right) \quad (5g)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial y} = -\sin \theta_k \cdot \tan^{-1} \left(\frac{Q}{vw} \right) + w \left(\frac{\frac{vwxy}{R} + v \sin \theta_k (Q - 2w^2) - wQ \cos \theta_k}{Q^2 + v^2 w^2} \right) \quad (5h)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial z} = \cos \theta_k \cdot \tan^{-1} \left(\frac{Q}{vw} \right) + w \left(\frac{\frac{vwxz}{R} - v \cos \theta_k (Q - 2w^2) - wQ \sin \theta_k}{Q^2 + v^2 w^2} \right) \quad (5i)$$

Resultados

O algoritmo desenvolvido recebe como entrada os dados do modelo, que consistem das coordenadas e dos valores de densidade dos prismas, e os parâmetros da

grade de cálculo, ou seja, as coordenadas espaciais dos pontos de observação. O algoritmo assume que os valores de z são positivos para baixo e as unidades adotadas foram km para valores de distância e g/cm^3 para os valores de densidade.

No exemplo apresentado neste trabalho foram utilizados cinco prismas retangulares com dimensões $1 \times 1 \times 1 km$ e densidade $2,7 g/cm^3$, localizados a $100 m$ de profundidade e dispostos linearmente (figura 1). A grade de cálculo utilizada consiste de uma malha de $10 \times 10 km$, com os pontos de observação na superfície e com espaçamento de $0,25 km$.

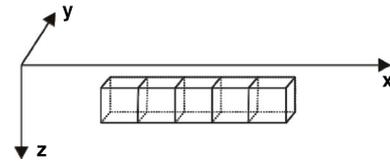


Figura 1 – Representação esquemática do modelo utilizado como exemplo para validação do algoritmo.

As figuras 2, 3 e 4 apresentam os resultados das componentes G_{yx} , G_{zx} e G_{zy} para o modelo descrito.

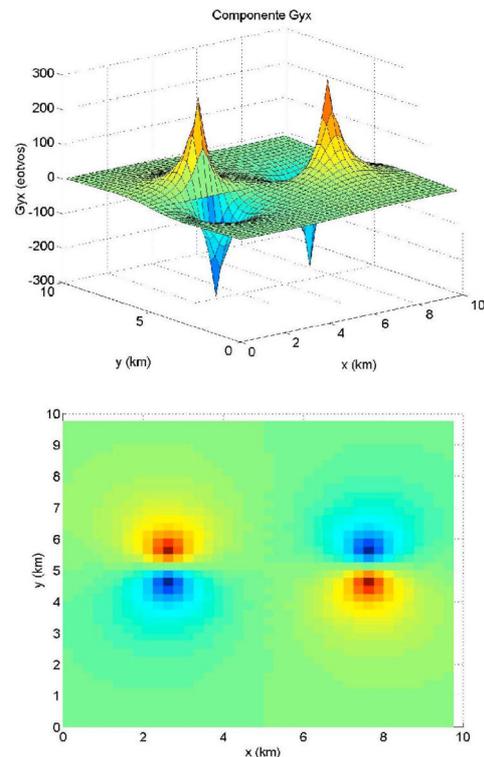


Figura 2 – Componente G_{yx} .

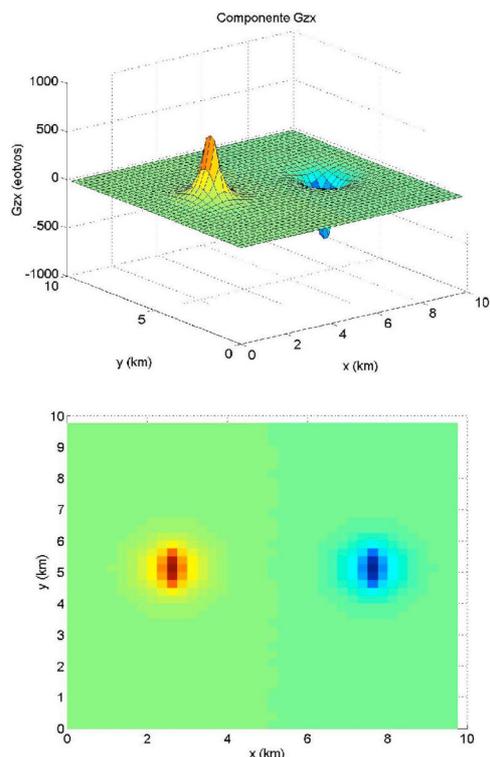


Figura 3 – Componente G_{zx} .

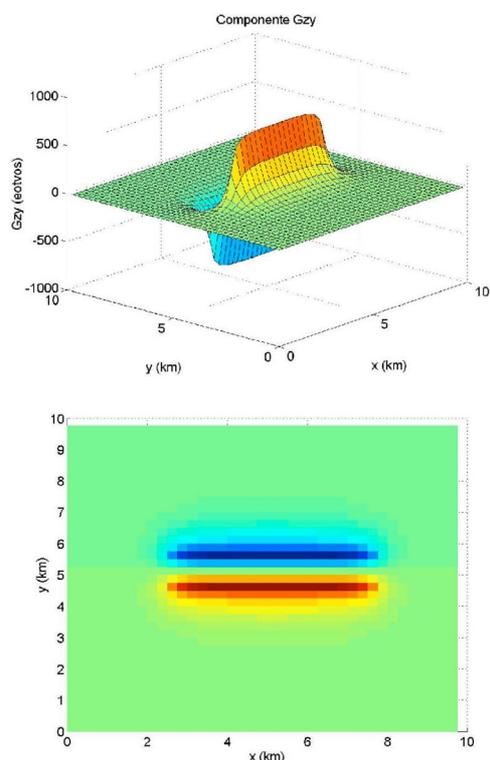


Figura 4 – Componente G_{zy} .

Discussão e Conclusões

Os gradientes gravimétricos permitem determinar o campo da gravidade com maior resolução e precisão do que a anomalia da gravidade tomada isoladamente (Stanley e Green, 1976). As componentes do tensor gradiente gravimétrico estão relacionadas às bordas, aos cantos e ao centro de massa da fonte, revelando diversas características de sua forma e distribuição de massa (Bell, 1997).

Analisando os resultados apresentados é possível identificar algumas características da fonte da anomalia utilizada como exemplo. A componente G_{yx} (figura 2) mostra dois pares alto-baixo que representam os cantos do corpo, enquanto as componentes G_{zx} e G_{zy} (figuras 3 e 4), ambas apresentando um par alto-baixo, estão relacionadas ao centro de massa da fonte.

Foram realizados testes para validação do algoritmo utilizando exemplos encontrados na literatura (Montana et al., 1992). Os resultados obtidos através do algoritmo correspondem aos valores relatados por estes autores, o que permite concluir a estabilidade do mesmo.

A última etapa deste trabalho está em andamento, e consistirá na implementação da interface gráfica para o algoritmo, que permitirá ao usuário modelar feições geológicas de forma mais amigável e visualizar os resultados graficamente, ou exportar os dados para permitir sua visualização em programas comerciais de uso corrente em geofísica.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Naomi Ussami pelas sugestões e críticas durante o desenvolvimento do trabalho e à CAPES pelo apoio financeiro.

Referências

- Bell, R. E., Anderson, R., Pratson, L., 1997. Gravity gradiometry resurfaces. *The Leading Edge*, vol.16: 55-60.
- Cady, J. W., 1980. Calculation of gravity and magnetic anomalies of finite-length right polygonal prisms. *Geophysics*, vol. 45: 1507-1512.
- Montana, C. J., Mickus, K. L., Peeples, W. J., 1992. Program to calculate the gravitational field and gravity gradient tensor resulting from a system of right rectangular prisms. *Computers and Geosciences*, vol. 18: 587-602.
- Nagy, D., 1966. The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics*, vol. 31: 362-371.
- Shuey, R. T., Pasquale, A. S., 1973. End corrections in magnetic profile interpretation. *Geophysics*, vol. 38: 507-512.
- Stanley, J. M., Green, R., 1976. Gravity Gradients and the Interpretation of the Truncated Plate. *Geophysics*, vol. 41: 1370-1376.